

PLANCHE 3 : probabilités

Exercice 1 : Au poker à quatre joueurs, on donne à chacun une main de cinq cartes d'un jeu de trente-deux cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Une quinte floche est formée de cinq cartes consécutives de la même couleur. Combien y a-t-il de quintes floches possibles ?
3. Une couleur est formée de cinq cartes *non consécutives* de la même couleur. Combien y a-t-il de couleurs possibles ?
4. Un carré est formé de quatre cartes de la même valeur. Combien y a-t-il de mains différentes contenant un carré ?
5. Un full est formé de trois cartes de la même valeur, et de deux autres cartes de la même valeur (par exemple, trois rois et deux as). Combien y a-t-il de fulls ?

Exercice 2 : On dispose de deux urnes a et b contenant des boules blanches ou rouges indiscernables au toucher. L'épreuve consiste à choisir une urne parmi les urnes a et b proposées (le choix de l'urne est effectuée au hasard, les deux choix étant équiprobables) puis à effectuer le tirage d'une boule dans l'urne choisie.

On note A l'évènement "l'urne a est choisie", B l'évènement "l'urne b est choisie" et R l'évènement "une boule rouge est obtenue au tirage".

On note $P_A(R)$ la probabilité conditionnelle de l'évènement R sachant A .

1. Dans cette question, l'urne a contient une boule rouge et quatre boules blanches, l'urne b contient quatre boules rouges et deux boules blanches.
 - (a) Déterminer les probabilités suivantes : $P(A)$, $P_A(R)$, $P(A \cap R)$.
 - (b) Montrer que

$$P(R) = \frac{13}{30}$$

- (c) Sachant que la boule obtenue est rouge, quelle est la probabilité que l'urne choisie soit l'urne a ?
2. Dans cette question, on suppose que l'urne a contient quatre boules blanches et l'urne b deux boules blanches. L'urne a contient en outre n boules rouges (où n désigne un entier naturel inférieur ou égal à 5), l'urne b en contient $5 - n$.
 - (a) Exprimer $P_A(R)$ et $P_B(R)$ en fonction de n .
 - (b) Démontrer que

$$P(R) = \frac{-n^2 + 4n + 10}{(4+n)(7-n)}$$

- (c) On sait que n ne prend que six valeurs entières. Déterminer la répartition possible des cinq boules rouges entre les urnes a et b donnant la plus grande valeur possible de $P(R)$.