

Terminales S (enseignement de spécialité)
Devoir à la maison n° 6
À rendre vendredi 22 avril 2014

Vous chercherez et rédigerez l'un de ces deux exercices, ou les deux exercices.

EXERCICE 1

1. a. Montrer que, pour tout entier naturel n , $3n^3 - 11n + 48$ est divisible par $n + 3$.
b. Montrer que, pour tout entier naturel n , $3n^2 - 9n + 16$ est un entier naturel non nul.
2. a. Montrer que, pour tous entiers naturels d et d' non nuls, si d divise d' et si d' divise d alors $d = d'$.
b. En déduire que, pour tous les entiers naturels non nuls a , b et c :

$$\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(bc - a ; b).$$

3. Montrer que, pour tout entier naturel n , supérieur ou égal à 2 :

$$\text{PGCD}(3n^3 - 11n ; n + 3) = \text{PGCD}(48 ; n + 3).$$

4. a. Déterminer l'ensemble des diviseurs entiers naturels de 48.
b. En déduire l'ensemble des entiers naturels n tels que $x_n = \frac{3n^3 - 11n}{n + 3}$ soit un entier naturel.

EXERCICE 2 : n° 143 page 75 – le phare breton

1. Résoudre l'équation (E) : $15q - 28q' = 6$ où q et q' sont des entiers relatifs.
2. En déduire les solutions du système suivant (S) :

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{15} \\ x \equiv 8 \pmod{28} \end{cases}$$

3. Un phare breton émet un signal jaune toutes les 15 minutes et un signal rouge toutes les 28 minutes. On aperçoit le signal jaune à 0 h 02 min et le signal rouge à 0 h 08 min.
À quelle heure verra-t-on pour la première fois les deux signaux émis en même temps ?