TS Equations différentielles

Exercice - 1

On considère l'équation différentielle : (E1):

$$y' - y = 3e^{-2x}.$$

1. Soit u une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et v la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x) = u(x)e^{-2x}$. Démontrer que la fonction v est solution de (E1) si, et seulement si, la fonction u est solution de l'équation différentielle (E2) : $y' - 3y = 3$.
2. Résoudre l'équation différentielle (E2).
3. En déduire l'unique solution f de l'équation différentielle (E1) vérifiant $f(0) = -3$.

Exercice - 2

On considère l'équation différentielle : $3y' + y = 3 - t$ (E) où y désigne une fonction de la variable t et y' sa dérivée.

1. Déterminer une fonction affine g_0 solution particulière de l'équation (E).
2. Résoudre l'équation différentielle : $3y' + y = 0$ (E_0)
3. En déduire toutes les solutions de l'équation différentielle (E).

Exercice - 3

1. Déterminer les réels a, b et c tels que $y = ax^2 + bx + c$ soit une solution de l'équation différentielle $y' + y = x^2$.
2. Donner les solutions de l'équation différentielle $y' + y = 0$.
3. (a) Donner les solutions de l'équation différentielle $y' + y = x^2$.
   Donner la solution de l'équation différentielle $y' + y = x^2$ telle que $y(1) = 2$.

Exercice - 4

Donner la solution générale des équations différentielles :

1. $y' + 4y = 2$
2. $2y' - 5y = -3$
3. $y' = 5(y - 2)$

Exercice - 5

Soit l'équation différentielle :

$$(E_k)\ y' = k(y - 1)\ (k \in \mathbb{R})$$

1. Donner la solution générale de E_k.
2. Déterminer k pour (E_k) admette pour solution une fonction f telle que $f(0) = 2$ et $f(1) = 4$.

Exercice - 6

Donner la solution générale des équations différentielles :

1. $y' = 4y + 2$
2. $2y' - 5y = -3$